

Fișă de recapitulare pentru test:
Aplicații ale trigonometriei în geometrie

Tematica pentru test:

- Rezolvarea triunghiului dreptunghic
- Teorema cosinusului
- Teorema sinusurilor
- Teorema medianei
- Formule pentru aria triunghiului
- Rezolvarea triunghiului oarecare
- Raza cercului circumscris unui triunghi și raza cercului înscris în triunghi

1. Se consideră $\triangle ABC$ cu $AB = 4$, $AC = 3$, $m(A) = 60^\circ$.
 - a) Să se calculeze perimetrul și aria triunghiului;
 - b) Să se determine lungimea segmentului care unește vârful A cu mijlocul laturii $[BC]$;
 - c) Să se calculeze distanța de la vârful B la dreapta AC ;
 - d) Să se calculeze lungimea razei cercului circumscris triunghiului;
 - e) Să se calculeze lungimea razei cercului înscris în triunghi.
2. Triunghiul ABC are $AB = 5$, $AC = 8$, $BC = 7$. Să se calculeze $m(\sphericalangle A)$.
3. Triunghiul ABC are $AB = 4$, $BC = 5$, $AC = 6$. Să se calculeze $B = 2C$.
4. Să se determine $m \in \mathbb{Z}$ pentru care numerele $m, m+1, m+2$ sunt lungimile laturilor unui triunghi obtuzunghic.
5. Să se arate că $\triangle ABC$ este dreptunghic în A dacă și numai dacă $\cos B + \cos C = \frac{b+c}{a}$.
6. Să se arate că în orice $\triangle ABC$ avem
 - a) $\frac{\sin(A-B)}{\sin(A+B)} = \frac{a^2 - b^2}{c^2}$;
 - b) $b \cos C + c \cos B = a$;
 - c) $b \cos C - c \cos B = \frac{b^2 - c^2}{a}$.
7. Triunghiul ABC are $B = \frac{\pi}{3}$ și lungimea razei cercului circumscris egală cu 1. Să se calculeze lungimea laturii AC .
8. Să se calculeze lungimea razei cercului circumscris $\triangle ABC$ știind că $AB = 6$, $C = \frac{\pi}{6}$.
9. Triunghiul ABC are $B = \frac{\pi}{3}$, $C = \frac{\pi}{4}$. Calculați $\frac{AB}{AC}$.
10. Triunghiul ascuțitunghic ABC are $AC = 2\sqrt{3}$ și lungimea razei cercului circumscris egală cu 2. Să se calculeze măsura unghiului B .
11. Să se calculeze perimetrul $\triangle ABC$ știind că $B = \frac{\pi}{4}$, $C = \frac{\pi}{6}$, $AB = 6$.

12. Să se calculeze lungimea razei cercului circumscris $\triangle ABC$ știind că $BC = 3$, $\cos A = \frac{1}{2}$.
13. Fie ABC un triunghi care are $BC = 8$, $\cos A = \frac{3}{5}$. Să se calculeze lungimea razei cercului circumscris triunghiului.
14. Să se determine unghiurile A și C ale $\triangle ABC$ dacă $a = \sqrt{2}$, $b = 2$, $B = \frac{\pi}{4}$.
15. În $\triangle ABC$ avem $BC = 4$, $m(\hat{A}) = 60^\circ$, $m(\hat{B}) = 45^\circ$. Determinați perimetrul triunghiului.
16. Să se arate că triunghiul în care avem $\sin^2 B + \sin^2 C = \sin^2 A$ este dreptunghic.
17. Să se arate că triunghiul în care $a = 2b \cos C$ este isoscel.
18. Să se calculeze lungimea laturii BC a triunghiului ABC , știind că $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ și lungimea razei cercului circumscris triunghiului este $R = 2\sqrt{3}$.
19. Să se calculeze lungimea laturii AC a triunghiului ABC , știind că $m(\hat{A}) = 90^\circ$, $m(\hat{B}) = 30^\circ$, $BC = 6$.
20. Să se calculeze aria triunghiului ABC știind că $AB = 6$, $AC = 4$, $m(\hat{A}) = 30^\circ$.
21. În triunghiul ABC se dau $AB = 5$, $AC = 12$, $BC = 13$. Să se calculeze aria triunghiului ABC și $\sin A + \sin B + \sin C$.
22. Să se calculeze lungimea laturii AB a triunghiului ABC știind că aria triunghiului ABC este $A_{\triangle ABC} = 21$ și că $m(\sphericalangle BAC) = \frac{\pi}{3}$, $AC = 4\sqrt{3}$.
23. Să se calculeze aria triunghiului ABC știind că $AB = 4$, $AC = 6$, $BC = 8$.

SUCCES!

FIȘĂ DE LUCRU

① Fie vectorii $\vec{i}, \vec{j}, \vec{u}, \vec{v}$ astfel încât: $\begin{cases} 2\vec{i} - 2\vec{j} = \vec{u} \\ \vec{i} - 2\vec{j} = \vec{v} \end{cases}$
 Expunem vectorii \vec{i} și \vec{j} în funcție de \vec{u} și \vec{v} .

② Dacă în triunghiul ABC avem relația:
 $\frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC} = \vec{AB} + \alpha \cdot \vec{BC}$, determinați valoarea parametrului
 real α .

③ În reperul cartezian (O, \vec{i}, \vec{j}) se consideră $A(2, 3)$,
 $B(-3, 1)$ și $C(4, -1)$.

Să se determine:

- a) coordonatele punctului $D \in Ox$ pentru care vectorii
 \vec{AB} și \vec{CD} sunt coliniari
 b) coordonatele punctului E , pentru care vectorii
 \vec{BE} și \vec{AC} sunt coliniari, iar mijlocul segmentului $[BE]$ este
 pe axa Oy .

④ Se consideră triunghiul cu vârfurile $A(-4, -4)$, $B(2, 6)$
 și $C(5, -3)$. Să se determine coordonatele punctului $M(9, 6)$
 astfel încât vectorul $\vec{AM} + 2\vec{BM} + \vec{CM}$ să aibă coordonatele
 $(3, 7)$.

⑤ Se consideră triunghiul ABC și punctele D, E astfel
 încât $\vec{AD} = 2\vec{DB}$ și $\vec{AE} = 2\vec{EC}$. Să se arate că dreptele
 DE și BC sunt paralele.

⑥ Să se determine $m \in \mathbb{R}$ pentru care $\vec{a} = (m+1)\vec{i} + 5\vec{j}$
 și $\vec{b} = 3\vec{i} + (m-1)\vec{j}$ sunt coliniari.

⑦ Se consideră punctele $A(0, 2)$, $B(1, -1)$, $C(3, 4)$

Să se scrie în funcție de \vec{i} și \vec{j} vectorii $2\vec{AB} + 3\vec{BC}$
 și $\vec{AB} + \vec{AC} + 3(\vec{BC} - \vec{AB})$.